

# ANALISIS MODEL SIR PENYAKIT PNEUMONIA PADA BALITA DI KABUPATEN JEPARA PADA TAHUN 2021-2024

Ivanna Isty Nursani<sup>a</sup>, Asma' Abidatur Rahman<sup>a, \*</sup>, Devy Chania Najwalina<sup>a</sup>, Erik Muarten Firdaus<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Universitas Muhammadiyah Kudus  
Jl. Ganesha 1 Purwosari Kudus, Indonesia  
[52023130005@std.umku.ac.id](mailto:52023130005@std.umku.ac.id)

Info Artikel	Abstrak
<b>DOI :</b> <a href="https://doi.org/10.26751/jikoma.v6i2.3082">https://doi.org/10.26751/jikoma.v6i2.3082</a>	<p>Pneumonia merupakan penyebab utama kematian pada balita di seluruh dunia, termasuk di Kabupaten Jepara, Indonesia. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis dinamika penyebaran pneumonia pada balita di Kabupaten Jepara selama periode 2021-2024 menggunakan model matematika SIR (<i>Susceptible-Infected-Recovered</i>). Penelitian ini dilakukan untuk mengetahui dinamika penularan Pneumonia di Kabupaten Jepara dengan menggunakan data dari Badan Statistik dan Dinas Kesehatan Kabupaten dari tahun 2021 – 2024. Maka dari itu, hasil penelitian ini menunjukkan bahwa model SIR efektif dalam menggambarkan pola penyebaran penyakit. Titik kesetimbangan bebas penyakit stabil jika <math>R_0 &lt; 1</math>, sedangkan <math>R_0 &gt; 1</math> menunjukkan potensi endemik yang tidak stabil. Parameter-parameter penting seperti laju penularan, kesembuhan, dan kematian berhasil dihitung, dan simulasi melalui MATLAB memberikan prediksi yang akurat. Temuan ini bermanfaat sebagai dasar strategi pencegahan dan pengendalian pneumonia pada balita di Kabupaten Jepara. Melalui analisis kestabilan diperoleh satu titik ekuilibrium bebas penyakit <math>E(0,583; 0)</math>. Bilangan reproduksi dasar penyakit pneumonia pada balita sebesar 0,00057. Nilai bilangan reproduksi dasar yang didapat kurang dari 1 yang berarti penyakit Pneumonia pada balita di Jepara akan selalu ada tapi akan sembuh dengan seiring waktu, tidak menyebabkan wabah.</p> <p style="text-align: center;"><b>Abstract</b></p> <p><i>Pneumonia is a leading cause of death in toddlers worldwide, including in Jepara Regency, Indonesia. This study aims to analyze the dynamics of pneumonia transmission in toddlers in Jepara Regency during the period 2021-2024 using the SIR (Susceptible-Infected-Recovered) mathematical model. This study was conducted to determine the dynamics of pneumonia transmission in Jepara Regency using data from the Statistics Agency and the Regency Health Office from 2021-2024. Therefore, the results of this study indicate that the SIR model is effective in describing the pattern of disease spread. The disease-free equilibrium point is stable if <math>R_0 &lt; 1</math>, while <math>R_0 &gt; 1</math> indicates an unstable endemic potential. Important parameters such as transmission rate, recovery, and mortality were successfully calculated, and simulations using MATLAB provided accurate predictions. These findings are useful as a basis for pneumonia prevention and control strategies in toddlers in Jepara Regency. Through stability analysis, a disease-free equilibrium point was obtained <math>E(0.583; 0)</math>. The basic reproduction number for pneumonia in toddlers is 0.00057. The basic reproduction number</i></p>
<b>Article history:</b> Received 2025-08-12 Revised 2025-08-22 Accepted 2025-08-29	
<b>Kata Kunci:</b> Model SIR, Pneumonia pada balita, Titik kesetimbangan  <b>Keywords:</b> <i>SIR model, pneumonia in toddlers, point of equilibrium</i>	

*obtained is less than 1, which means that pneumonia in toddlers in Jepara will always be present but will resolve over time, not causing an outbreak.*

*This is an open access article under the [CC BY-SA](#) license.*

## I. PENDAHULUAN

Pneumonia, sebuah infeksi pernapasan akut yang menyerang paru-paru, tetap menjadi salah satu penyebab utama kematian pada balita di seluruh dunia. World Health Organization (WHO) memperkirakan bahwa pneumonia bertanggung jawab atas sekitar 14% dari semua kematian anak di bawah usia lima tahun secara global (WHO, 2023). Data *MercerMarshBenefit* menyatakan bahwa perbandingan semester I 2023 dan semester I 2022, menunjukkan kasus pneumonia di Indonesia meningkat sebesar 56,9% (dewasa) dan 88,1% (anak-anak) (Mercer Marsh Benefits Indonesia, 2023). Artinya di Indonesia, pneumonia juga menjadi masalah kesehatan masyarakat yang signifikan, dengan angka kejadian yang bervariasi di berbagai daerah (WHO, 2023).

Pneumonia merupakan suatu peradangan/inflamasi akut yang mengenai parenkim paru, distal dari bronkiolus terminalis yang mencakup bronkiolus respiratorius dan alveoli, serta menimbulkan konsolidasi jaringan paru dan pertukaran gas setempat.

Data statistik regional juga menunjukkan bahwa angka kelahiran dan kematian di Kabupaten Jepara memiliki fluktuasi yang signifikan setiap tahun, sehingga penting untuk menganalisis pola ini dalam konteks kesehatan masyarakat (Badan Pusat Statistik Kabupaten Jepara, 2024).

Kabupaten Jepara, yang terletak di Provinsi Jawa Tengah, merupakan salah satu wilayah di Indonesia yang menghadapi tantangan dalam pengendalian penyakit pneumonia pada balita. Data dari Dinas Kesehatan Kabupaten Jepara menunjukkan bahwa pneumonia merupakan salah satu penyebab utama kematian balita di wilayah ini (Dinas Kesehatan Kabupaten Jepara, 2023). Faktor-faktor seperti kepadatan penduduk,

kondisi lingkungan yang kurang sehat, akses terbatas terhadap layanan kesehatan, dan status gizi yang buruk diduga berkontribusi terhadap tingginya angka kejadian pneumonia di Kabupaten Jepara.

Tren kesehatan nasional juga mendukung temuan ini, di mana Kementerian Kesehatan RI melaporkan bahwa pneumonia masih menjadi salah satu penyebab kematian anak tertinggi di Indonesia (Kementerian Kesehatan Republik Indonesia, 2022).

Dalam konteks ini, pemahaman yang mendalam tentang dinamika penyebaran pneumonia pada balita di Kabupaten Jepara menjadi sangat penting. Analisis model matematika, khususnya model SIR (*Susceptible-Infected-Recovered*), dapat memberikan wawasan yang berharga tentang pola penyebaran penyakit, faktor-faktor yang mempengaruhi, dan potensi wabah di masa depan (Hethcote, 2000; Murray, 2002).

Sejumlah penelitian lokal juga menguatkan bahwa model SIR telah digunakan secara efektif dalam menganalisis penyebaran penyakit menular lain, misalnya demam berdarah di Madiun (Tahun & K., 2024).

Model SIR adalah model matematika epidemiologi yang membagi populasi menjadi tiga kompartemen: rentan (S), terinfeksi (I), dan sembuh (R). Model ini menggambarkan bagaimana individu berpindah antar kompartemen ini seiring waktu, dan dapat digunakan untuk memprediksi tren penyebaran penyakit. Pendekatan analisis kualitatif model SIR dengan fungsi pengobatan saturasi juga telah dibahas dalam penelitian terdahulu (Aidila, 2016).

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis dinamika penyebaran pneumonia pada balita di Kabupaten Jepara selama periode 2021-2024 menggunakan model SIR (Hethcote, 2000; Murray, 2002). Periode ini dipilih karena mencakup masa pandemi COVID-19,

yang diduga mempengaruhi pola penyebaran penyakit pernapasan, termasuk pneumonia. Penelitian ini akan mengidentifikasi parameter model yang paling sesuai dengan data kasus pneumonia di Kabupaten Jepara, dan menggunakan model tersebut untuk memprediksi tren penyebaran penyakit di masa depan. Data yang diperoleh adalah data sekunder yang diambil dari Badan Statistik Kabupaten Jepara. Pemodelan dengan data tersebut diolah dengan *software* MATLAB.

## II. METODE PENELITIAN

Penelitian ini adalah kuantitatif analitik dengan desain mengumpulkan dan menganalisis data yang sudah ada tentang penyebaran pneumonia (UNICEF, 2022; WHO, 2023) pada balita di Kabupaten Jepara tahun 2021-2024 menggunakan model SIR (Hethcote, 2000; Murray, 2002).

Variabel yang digunakan meliputi variabel independen yaitu jumlah kelahiran ( $\lambda$ ), laju penularan ( $\beta$ ), laju kesembuhan ( $\alpha$ ), jumlah individu rentan (S), terinfeksi (I), dan sembuh (R). Penelitian ini dimulai dengan proses pengolahan data menggunakan perangkat lunak MATLAB dan diakhiri dengan interpretasi hasil sebagai dasar penarikan kesimpulan.

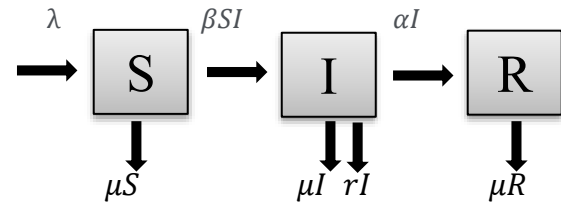
Pemilihan MATLAB sebagai perangkat lunak didasarkan pada kemampuannya dalam mengolah model numerik dan simulasi matematis, sebagaimana telah dijelaskan dalam penelitian Cahyono (2016) yang menekankan efektivitas MATLAB dalam pembelajaran dan aplikasi aljabar linier (Cahyono, 2016).

## III. HASIL DAN PEMBAHASAN

### A. Interpretasi Model SIR

Dalam penelitian ini diasumsikan bahwa populasi bersifat tertutup, artinya tidak terjadi perpindahan penduduk masuk maupun keluar wilayah tersebut. Kematian dapat disebabkan oleh penyakit pneumonia maupun oleh faktor alami. Individu yang telah sembuh dari penyakit dianggap tidak akan kembali menjadi bagian dari kelompok rentan atau *Susceptible*. Populasi di lokasi penelitian

diklasifikasikan ke dalam tiga kompartemen utama yang umum digunakan dalam model epidemiologi, yaitu *Susceptible* (S), *Infected* (I), dan *Recovered* (R). Akan disajikan diagram transisi pada gambar berikut:



**Gambar 1.** Diagram Transisi Penyebaran Pneumonia pada balita

**Tabel 1.** Keterangan Simbol

Simbol	Deskripsi
S ( <i>Susceptible</i> )	Jumlah individu yang rentan penyakit
I ( <i>Infected</i> )	Jumlah individu yang terinfeksi penyakit
R ( <i>Recovered</i> )	Jumlah individu yang sembuh
$\lambda$	Laju kelahiran dalam populasi
$\beta$	Laju penularan penyakit
$\alpha$	Laju kesembuhan penyakit
$\mu$	Laju kematian alami
$r$	Laju kematian karena pneumonia pada balita

### B. Titik kesetimbangan pada model SIR

Berdasarkan diagram transisi pada gambar 1 diperoleh model epidemik diberikan suatu asumsi sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = 0, \quad \frac{dI}{dt} = 0, \quad \frac{dR}{dt} = 0$$

Maka diperoleh persamaan model SIR yaitu (Hethcote, 2000; Murray, 2002):

$$\frac{dS}{dt} = \lambda - \beta SI - \mu S \quad (1)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \mu I - \alpha I - rI \quad (2)$$

$$\frac{dR}{dt} = \alpha I - \mu R \quad (3)$$

Dari persamaan (2) diperoleh :

$I = 0$  dan  $\beta S - \mu - \alpha - r = 0$ . Dengan  $I = 0$  sebagai titik kesetimbangan bebas penyakit dan  $\beta S - \mu - \alpha - r = 0$  sebagai titik endemik.

### 1. Titik kesetimbangan bebas penyakit

Titik kesetimbangan bebas penyakit adalah kondisi di mana tidak ada individu yang terinfeksi pada suatu populasi, yaitu saat  $I = 0$  disubstitusikan ke dalam persamaan (1) maka diperoleh :

$$\frac{\lambda}{\mu} = S$$

$I = 0$  disubstitusikan ke persamaan (3) maka diperoleh  $R = 0$ . Maka didapatkan titik kesetimbangan bebas penyakit  $(S, I, R) = \left(\frac{\lambda}{\mu}, 0, 0\right)$ .

### 2. Titik kesetimbangan endemik

Titik kesetimbangan endemik adalah kondisi di mana terdapat banyak jumlah individu yang terinfeksi pada suatu populasi. Sehingga diperoleh titik kesetimbangan endemik.

$$S^* = \frac{\mu + \alpha + r}{\beta} \quad (4)$$

Persamaan (4) disubstitusikan ke persamaan 1, maka diperoleh bentuk :

$$\frac{\lambda}{\mu + \alpha + r} - \frac{\mu}{\beta} = I^*$$

Dari persamaan (3) diperoleh bentuk :

$$\frac{\alpha \lambda}{\mu(\mu + \alpha + r)} - \frac{\alpha}{\beta} = R^*$$

Didapatkan titik kesetimbangan endemik  $(S^*, I^*, R^*) = \left(\frac{\mu + \alpha + r}{\beta}, \frac{\lambda}{\mu + \alpha + r} - \frac{\mu}{\beta}, \frac{\alpha \lambda}{\mu(\mu + \alpha + r)} - \frac{\alpha}{\beta}\right)$ .

## C. Analisis Stabilitas Model SIR

### 1. Titik kesetimbangan bebas penyakit

Sistem persamaan nonlinier (1) dan (2) dapat diketahui analisis kestabilannya dengan linierisasi deret Taylor. Pada kestabilan titik bebas penyakit yang dilinierisasi sebagai berikut:

Matriks jacobian:

$$J\left(\frac{\lambda}{\mu}, 0\right) = \begin{bmatrix} -\mu & -\beta \frac{\lambda}{\mu} \\ 0 & \beta \frac{\lambda}{\mu} - \mu - \alpha - r \end{bmatrix}$$

Kestabilan dari titik kesetimbangan bebas penyakit dapat ditentukan dengan menganalisis nilai eigen dari matriks jacobian melalui persamaan karakteristik dengan pembuktian:

$$\left| J\left(\frac{\lambda}{\mu}, 0\right) - \lambda I \right| = 0$$

$$-\mu - \lambda = 0 \text{ atau } \frac{\beta \lambda}{\mu} - \mu - \alpha - r - \lambda = 0$$

$$-\mu = \lambda$$

Karena  $\mu$  tidak mungkin nilainya negatif maka  $\lambda_1$  tidak terpenuhi.

$$\frac{\beta \lambda}{\mu} - \mu - \alpha - r < 0$$

$$\frac{\beta \lambda}{\mu(\mu + \alpha + r)} < 1$$

$$R_0 < 1$$

Terbukti  $R_0 < 1$ , maka titik kesetimbangan bebas penyakit stabil asimtotik lokal.

Dan untuk,

$$\frac{\beta \lambda}{\mu} - \mu - \alpha - r > 0$$

$$\frac{\beta \lambda}{\mu(\mu + \alpha + r)} > 1$$

$R_0 > 1$ , bersifat tidak stabil.

### 2. Analisis Stabilitas Model SIR pada titik kesetimbangan endemik

Berdasarkan analisis kestabilan pada titik kesetimbangan endemik diperoleh matriks jacobian:

$$J(S, I) = \begin{bmatrix} -\beta I - \mu & -\beta S \\ \beta S & \beta S - \mu - \alpha - r \end{bmatrix}$$

$$\lambda^2 + \frac{\beta \lambda \lambda}{\mu + \alpha + r} + (\mu + \alpha + r) \left( \frac{\beta \lambda}{\mu + \alpha + r} - \mu \right) = 0$$

Misalkan  $a = \frac{\beta \lambda}{\mu + \alpha + r}$  maka didapatkan :

$$\lambda_1 = \frac{-a - \sqrt{a^2 - 4(\mu + \alpha + r)(a - \mu)}}{2}$$

$$\lambda_1 = \frac{-a - \sqrt{a^2 - 4(\mu + \alpha + r)(a - \mu)}}{2} < 0$$

(Tidak memenuhi karena a bernilai negatif).

$$\lambda_2 = \frac{\beta \lambda}{\mu + \alpha + r} - \mu$$

$$\frac{\beta\lambda}{\mu+\alpha+r} > 1$$

Hasil ini sejalan dengan studi terdahulu yang menganalisis kestabilan model epidemiologi dengan penundaan waktu, menunjukkan bahwa faktor parameter dapat memengaruhi kestabilan sistem secara signifikan (Zhang, Chen, & Xue, 2021).

#### D. Bilangan Reproduksi Dasar

Berikutnya, untuk mengetahui besarnya angka tingkat penyebaran penyakit, dibutuhkan bilangan reproduksi dasar atau biasa disebut  $R_0$ . Nilai  $R_0$  akan ditentukan menggunakan metode *Next Generation Matrix* (NGM) sehingga diperoleh:

$$R_0 = \frac{\beta\lambda}{\mu(\mu + \alpha + r)}$$

Pada bagian ini akan dilakukan analisa numerik model SIR dengan data penyebaran penyakit pneumonia pada balita di Jepara pada tahun 2021-2024. Data sekunder yang diambil adalah data dari Badan Pusat Statistik Kabupaten Jepara 2021-2024. Data yang disajikan pada Tabel 2 adalah data yang menampilkan jumlah penduduk, angka kelahiran, dan angka kematian di Jepara.

Tabel 2 menunjukkan persebaran penduduk di Kabupaten Jepara. Dari tabel tersebut dapat diolah untuk mendapatkan proporsi kelahiran ( $\lambda$ ) dengan cara membagi jumlah kelahiran dengan jumlah kecamatan di kabupaten jepara. Sedangkan untuk tingkat kematian ( $\mu$ ) diperoleh dengan cara membagi jumlah kematian dengan total penduduk.

**Tabel 2.** Tabel Kependudukan BPS Jepara 2021-2024

Tahun	Jumlah Penduduk	Angka Kelahiran	Angka Kematian
2021	1.196.481	19.437	12.921
2022	1.208.943	18.637	43.306
2023	1.221.086	17.905	54.721
2024	1.283.687	16.924	9.337

Tabel 2 menyajikan data distribusi penduduk di Kabupaten Jepara, yang mencakup angka kelahiran, kematian, serta total jumlah penduduk. Proporsi kelahiran alami ( $\lambda$ ) dapat dihitung dengan membagi jumlah kelahiran dengan jumlah penduduk. Sementara itu, tingkat kematian ( $\mu$ ) diperoleh dari hasil pembagian jumlah kematian dengan jumlah keseluruhan penduduk.

**Tabel 3.** Tabel Penyebaran Pneumonia pada balita BPS 2021-2024

Tahun	Terinfeksi pneumonia (jiwa)	Kematian karena infeksi pneumonia pada balita	Sembuh
2021	1.102	0	1.102
2022	1.257	1	1.256
2023	2.398	1	2.397
2024	1.346	0	1.346

Tabel 3 menggambarkan distribusi infeksi pneumonia pada balita serta angka kematian yang disebabkan oleh pneumonia pada kelompok usia tersebut. Dari tabel tersebut, tingkat infeksi baru pneumonia pada balita ( $\beta$ ) dapat dihitung dengan membagi total kasus infeksi pneumonia pada balita dengan total penduduk di Kabupaten Jepara. Selanjutnya, untuk menentukan laju kesembuhan ( $\alpha$ ) dan kematian pneumonia pada balita, dilakukan pembagian antara jumlah kesembuhan dengan total kasus infeksi pneumonia pada balita.

Pengolahan data ini menghasilkan parameter-parameter yang digunakan dalam model.

**Tabel 4.** Tabel Parameter untuk Sistem Persamaan Diferensial 1

Parameter	Nilai	Satuan
$\beta$	0,001	1/orang
$\alpha$	0,999	1/orang
$\mu$	0,024	1/orang
$r$	0,0003	1/orang

#### Menentukan Titik Keseimbangan

Dalam menentukan nilai titik keseimbangan bebas penyakit dapat dihitung dengan memasukkan rumus sebagai berikut:

$$S = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0,014}{0,024} = 0,583$$

$$I = 0 \quad R = 0$$

Sehingga mendapatkan titik keseimbangan bebas penyakit ( $S, I$ ) = (0,583;0)

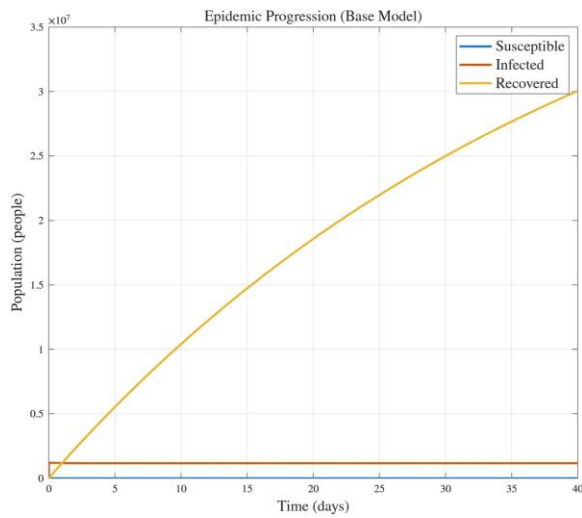
#### Bilangan Reproduksi Dasar

$$\begin{aligned} R_0 &= \frac{\beta\lambda}{\mu(\mu + \alpha + r)} \\ &= \frac{0,000014}{0,0245592} \\ &= 0,00057 \end{aligned}$$



Hal ini menunjukkan bahwa satu individu terinfeksi, rata-rata dapat menularkan kepada 0,00057 jiwa individu rentan dalam populasi penyakit Pneumonia. Nilai bilangan reproduksi dasar yang didapat kurang dari 1 yang berarti penyakit Pneumonia di Jepara akan selalu ada tapi akan sembuh dengan seiring waktu, tidak menyebabkan wabah.

Selanjutnya dengan *software* MATLAB, diperoleh simulasi numerik dengan melibatkan beberapa parameter.



**Gambar 2.** Simulasi Dinamika Penularan Pneumonia dengan Model SIR menggunakan *software* MATLAB.

Pada gambar 2 menunjukkan bahwa dengan parameter yang ditentukan, seiring waktu jumlah orang yang terinfeksi tetap rendah, hal ini menunjukkan bahwa model ini mungkin menggambarkan situasi di mana pneumonia tidak sangat menular atau tidak ada lonjakan besar dalam infeksi. Sedangkan peningkatan jumlah orang yang sembuh menunjukkan bahwa infeksi yang ada mungkin tidak fatal dan orang yang terinfeksi dapat pulih.

#### IV. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis model SIR terhadap penyebaran pneumonia pada balita di Kabupaten Jepara periode 2021–2024, penelitian ini menunjukkan bahwa model SIR mampu merepresentasikan dinamika penularan penyakit secara efektif. Nilai bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) yang diperoleh mengindikasikan potensi penyebaran penyakit apabila tidak dilakukan langkah pencegahan yang memadai. Simulasi yang

dilakukan menggambarkan adanya kecenderungan penurunan jumlah individu rentan dan peningkatan jumlah individu sembuh dari waktu ke waktu, yang menandakan bahwa intervensi kesehatan yang telah diterapkan memiliki dampak positif dalam menekan laju penularan pneumonia. Temuan ini menegaskan pentingnya penerapan strategi pencegahan dan pengendalian yang berkelanjutan, serta perlunya penguatan layanan kesehatan untuk balita guna menurunkan angka kejadian pneumonia di masa mendatang.

Melalui analisis kestabilan diperoleh satu titik ekuilibrium bebas penyakit  $E(0,583; 0)$ . Bilangan reproduksi dasar penyakit pneumonia pada balita sebesar 0,00057. Nilai bilangan reproduksi dasar yang didapat kurang dari 1 yang berarti penyakit Pneumonia pada balita di Jepara akan selalu ada tapi akan sembuh dengan seiring waktu, tidak menyebabkan wabah.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Aidila, F. (2016). *Analisis kualitatif pada model SIR dengan fungsi pengobatan saturasi* (Skripsi, Institut Teknologi Sepuluh Nopember). ITS Repository.
- Badan Pusat Statistik (Badan Pusat Statistik Kabupaten Jepara, 2024) Kabupaten Jepara. (2024). Kabupaten Jepara dalam angka 2024. Retrieved August 12, 2025, from <https://jeparakab.bps.go.id/id/publication/2024/02/28/df6eb6ea87d0596ecb6438328/kabupaten-jepara-dalam-angka-2024.html>
- Cahyono, B. (2016). Penggunaan *software* Matrix Laboratory (Matlab (Cahyono, 2016)) dalam pembelajaran aljabar linier. *Phenomenon: Jurnal Pendidikan MIPA*, 3(1), 45–62. <https://doi.org/10.21580/phen.2013.3.1.174>
- Dinas Kesehatan Kabupaten Jepara (Dinas Kesehatan Kabupaten Jepara, 2023). (2023). Profil kesehatan Kabupaten Jepara. Retrieved August 12, 2025, from <https://dinkes.jepara.go.id/profil-kesehatan/>

- Hethcote, H. W. (2000). The mathematics of infectious diseases. *SIAM Review*, 42(4), 599–653.  
<https://doi.org/10.1137/S0036144500371907>
- Tahun, M., & K, K. (2024). *e-ISSN 2964-4941 Pola Penyebaran Penyakit Demam Berdarah dengan Model SIR di Madiun Tahun 2020-2022*.  
<https://doi.org/10.23917/jkk.v3i1.171>
- Kementerian Kesehatan Republik Indonesia. (2022). Profil kesehatan Indonesia 2021. Jakarta: Kementerian Kesehatan RI. Retrieved from <https://www.kemkes.go.id>
- Mercer Marsh (Mercer Marsh Benefits Indonesia, 2023) Benefits Indonesia. (2023). Laporan kesehatan Indonesia semester I 2023. Retrieved August 12, 2025, from <https://www.mercer.com/en-id/insights/health/2023-health-trends-indonesia/>
- Murray, J. D. (2002). *Mathematical biology I: An introduction* (3rd ed.). Springer.  
<https://doi.org/10.1007/b98868>
- Tahun, M., & K., K. (2024). Pola penyebaran penyakit demam berdarah dengan model SIR (Hethcote, 2000; Murray, 2002) di Madiun tahun 2020–2022. *Jurnal Kesehatan Komunitas*, 3(1).  
<https://doi.org/10.23917/jkk.v3i1.171>
- UNICEF. (2022). Pneumonia claims the lives of the world's most vulnerable children. Retrieved August 12, 2025, from <https://www.unicef.org/press-releases>
- World Health Organization (World Health Organization, 2023). (2023). Pneumonia in children. Retrieved August 12, 2025, from <https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/pneumonia> (UNICEF, 2022; World Health Organization, 2023)
- Zhang, T., Chen, L., & Xue, J. (2021). Stability analysis of an SIR epidemic model with time delay. *Applied Mathematical Modelling*, 95, 686–702.  
<https://doi.org/10.1016/j.apm.2021.01.008>